

ВАРИАНТ 221

1. Найдите наименьшее целое число, большее, чем $\frac{\sqrt{17} + 3}{\sqrt{17} - 3}$.
2. Сумма первых пятнадцати членов арифметической прогрессии в два раза больше суммы первых десяти членов. Найдите первый член этой прогрессии, если известно, что пятый её член равен 7.
3. Решите уравнение $\operatorname{tg} x \operatorname{tg} 2x + 3 = 0$.
4. Решите неравенство $\left(2 \log_2^2 x - \log_2 x^2 + 1\right)^{x^2 - 2x} \leq 1$.
5. Середины сторон выпуклого четырёхугольника $ABCD$ лежат на окружности. Известно, что $AB = 1$, $BC = 4$, $CD = 8$. Найдите AD .
6. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$x^2 + \left(1 - a + \sqrt[4]{|x|}\right)^2 = \frac{a^2}{4}$$

имеет ровно три решения.

7. Объём треугольной призмы $ABCA'B'C'$ с основанием ABC и боковыми рёбрами AA' , BB' , CC' равен 72. Найдите объём тетраэдра $DEFG$, где D — центр грани $ABB'A'$, E — точка пересечения медиан треугольника $A'B'C'$, F — середина ребра AC и G — середина ребра BC .

ВАРИАНТ 222

1. Найдите в явном виде целое число, заданное выражением $\sqrt{11} \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{11} - \sqrt{7}} + \frac{2}{\sqrt{11} + \sqrt{7}} \right)$.
2. Сумма первых трёх членов геометрической прогрессии в два раза больше разности между первым и четвёртым её членами. Найдите первый член этой прогрессии, если известно, что сумма первых семи её членов равна 127.
3. Решите уравнение $\sin x + \sin 2x = \cos x + \cos 2x$.
4. Решите неравенство $x^{\log_2 \sqrt{x}} \geq \frac{2}{\sqrt{x}}$.
5. На диагонали AC параллелограмма $ABCD$ как на диаметре построена окружность. Эта окружность пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. При этом $AM = MB$ и $CN = 2NB$. Найдите тангенс острого угла параллелограмма $ABCD$.
6. Найдите все возможные значения произведения xy , если известно, что $x, y \in [0, \pi/2)$ и справедливо
$$\frac{1 - \sin(x - y)}{1 - \cos(x - y)} = \frac{1 - \sin(x + y)}{1 - \cos(x + y)}$$
.
7. В пирамиду, в основании которой лежит ромб с острым углом α и стороной $\sqrt{6}$, вписана сфера диаметра 1. Найдите угол α , если известно, что все боковые грани пирамиды наклонены к плоскости её основания под углом 60° .