

Вариант 1 (механико-математический факультет)

1. Найти все значения x , удовлетворяющие условию

$$(x^2 - 4)\sqrt{x + 1} = 0.$$

2. Найти все решения уравнения

$$\sin 2x = \sqrt{3} \sin x.$$

3. В трапеции длина средней линии равна 4, а углы при одном из оснований имеют величину 40° и 50° . Найти длины оснований трапеции, если длина отрезка, соединяющего середины этих оснований, равна 1.

4. Касательная к графику функции $\sqrt[3]{x^2}$ такова, что абсцисса c точки касания принадлежит отрезку $[\frac{1}{2}, 1]$. При каком значении c площадь треугольника, ограниченного этой касательной, осью Ox и вертикальной прямой $x = 2$, будет наименьшей и чему равна эта наименьшая площадь?

5. Найти все значения a , при каждом из которых неравенство

$$\log_{\frac{1}{a}}(\sqrt{x^2 + ax + 5} + 1) \cdot \log_5(x^2 + ax + 6) + \log_a 3 \geq 0$$

имеет ровно одно решение.

Вариант 2 (механико-математический факультет)

1. Найти все значения x , удовлетворяющие условию

$$(9 - x^2)\sqrt{2 - x} = 0.$$

2. Найти все решения уравнения

$$\sin x = \sqrt{5} \cos \frac{x}{2}.$$

3. Окружность радиуса 3, вписанная в треугольник ABC , касается стороны BC в точке D . Окружность радиуса 4 касается продолжения сторон AB и AC и касается стороны BC в точке E . Найти $|ED|$, если величина угла BCA равна $\frac{2}{3}\pi$.

4. Касательная к графику функции $\frac{1}{x^2}$ такова, что абсцисса s точки касания принадлежит отрезку $[5, 9]$. При каком значении s площадь треугольника, ограниченного этой касательной, осью Ox и вертикальной прямой $x = 4$, будет наибольшей и чему равна эта наибольшая площадь?

5. Найти все значения a , при каждом из которых уравнение

$$4^{-|x-a|} \cdot \log_{\sqrt{3}}(x^2 - 2x + 3) + 2^{-x^2+2x} \cdot \log_{\frac{1}{3}}(2|x-a| + 2) = 0$$

имеет ровно три решения.