

Вариант 1 (механико-математический факультет)

1. Найти все решения уравнения

$$1 - 5 \sin x + 2 \cos^2 x = 0$$

удовлетворяющие неравенству  $\cos x \geq 0$ .

2. Отрезок  $KL$  является диаметром некоторой окружности. Через его концы  $K$  и  $L$  проведены две прямые, пересекающие окружность соответственно в точках  $P$  и  $Q$ , лежащих по одну сторону от прямой  $KL$ . Найти радиус окружности, если  $\widehat{PKL} = \frac{\pi}{3}$  и точка пересечения прямых  $KP$  и  $QL$  удалена от точек  $P$  и  $Q$  на расстояние 1.

3. Найти точки минимума функции  $y = x^3 - 2x|x - 2|$ , определенной на отрезке  $[0, 3]$ , и ее наибольшее значение на этом отрезке.

4. Решить неравенство

$$\frac{6}{2x + 1} > \frac{1 + \log_2(2 + x)}{x}.$$

5. Основанием треугольной пирамиды  $ABCD$  является треугольник  $ABC$ , в котором  $\hat{A} = \frac{\pi}{2}$ ,  $\hat{C} = \frac{\pi}{6}$ ,  $|BC| = 2\sqrt{2}$ . Длины ребер  $AD$ ,  $BD$ ,  $CD$  равны между собой. Сфера радиуса 1 касается ребер  $AD, BD$ , продолжения ребра  $CD$  за точку  $D$  и плоскости  $ABC$ . Найти величину отрезка касательной, проведенной из точки  $A$  к сфере.