

Вариант 1 (факультет вычислительной математики и кибернетики)

1. Найти все решения уравнения

$$\sqrt{\sin(1-x)} = \sqrt{\cos x},$$

удовлетворяющие условию  $0 \leq x \leq 2\pi$ .

2. Найти все действительные значения  $a$ , при которых каждое решение неравенства

$$\log_{\frac{1}{2}} x^2 \geq \log_{\frac{1}{2}}(x+2)$$

является решением неравенства  $49x^2 - 4a^2 \leq 0$ .

3. Найти все значения  $x$ , удовлетворяющие одновременно следующим условиям:

$$\begin{cases} |x-2| + |x-3| = 1, \\ 813x - 974 \leq 163x^2. \end{cases}$$

4. Имеются три несообщающихся между собой резервуара, причем объем третьего не меньше объема второго. Первый резервуар имеет объем  $v$  и может быть заполнен первым шлангом за 3 часа, вторым — за 4 часа, третьим — за 5 часов. К каждому из резервуаров может быть подключен любой из этих трех шлангов. После того как произведено подключение к каждому из резервуаров по одному шлангу каким-либо способом, все шланги включаются. Как только какой-то резервуар наполнится, соответствующий шланг отключается и не может быть подключен в дальнейшем к другому резервуару. Заполнение считается окончанным, если наполнены все три резервуара. При самом быстром способе подключения заполнение окончится через 6 часов. Если бы резервуары общались, заполнение окончилось бы через 4 часа. Найти объемы второго и третьего резервуаров.

5. В треугольной пирамиде  $SABC$  суммы трех плоских углов при каждой вершине  $B$  и  $C$  равны  $180^\circ$  и  $SA = BC$ . Найти объем пирамиды, если площадь грани  $SBC$  равна  $100 \text{ см}^2$ , а расстояние от центра описанного шара до плоскости основания  $ABC$  равно 3 см.