

**Вариант вступительного экзамена по математике (письменно) ВМиК МГУ
(июль 2000 г.)**

- $\sin x \cdot \sin |x| \leq \frac{1}{2}$.
1. Решить неравенство
 2. Имеется некоторое количество раствора соли в воде. После испарения из раствора двух литров воды концентрация соли возросла на $\frac{1}{5}$, а после разведения получившегося раствора десятью литрами воды концентрация соли стала в два раза меньше первоначальной. Найти концентрацию соли в исходном растворе, считая массу 1 литра воды равной 1 кг.
 3. Решить неравенство $\log_{16x-4x^2-7} (34x - 8x^2 - 21) \leq \log_{2x-1} (4x - 3)$
 4. В основании прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ лежит ромб $ABCD$, у которого угол ABC равен 60° . На боковых ребрах AA_1 , BB_1 и CC_1 ($AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1 \parallel DD_1$) расположены точки K , L и M соответственно. Известно, что угол между прямыми KL и BC равен 30° , а угол между прямыми LM и BC равен 30° . Найти угол между плоскостью, проходящей через точки K , L и M и плоскостью основания $ABCD$.
 5. Найти наибольшее значение выражения $14x^2 + 40x + y - 324,5$ при условии, что $4x^2 + 20x + y \geq 162$ и $20x^2 - 80x + y \leq 8$.
 6. Вершины A и C параллелограмма $ABCD$ лежат на одной окружности, а вершины B и D - на другой, пересекающей первую, причем центры окружностей лежат в плоскости параллелограмма. Расстояние между центрами окружностей равно 10 . Длины диагоналей параллелограмма равны 26 и 6

соответственно. Найти расстояние от точки пересечения диагоналей параллелограмма до прямой, содержащей общую хорду окружностей.

Ответы: 1. $x \in \left(-\infty, \frac{\pi}{4}\right] \cup \left[-\frac{\pi}{4} + \pi k, \frac{\pi}{4} + \pi k\right], k \in \mathbb{N}$.

2. 60%

3. $x \in \left[\frac{3}{4}, 1\right] \cup (1, 3] \cup \left(2 + \sqrt{2}, \frac{7}{2}\right)$.

4. $\arccos \left(\frac{9}{\sqrt{150 \pm 24\sqrt{3}}} \right)$

5. 30.

6. 8.