

Отделение специалистов
Вариант 2007 г. (Основной экзамен)

1. Найдите все решения уравнения

$$2 \sin\left(x + \frac{7\pi}{25}\right) \cdot \sin\left(3x + \frac{18\pi}{25}\right) = \cos 4x + 2^{\cos \frac{2\pi}{3}},$$

принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{10}; \frac{4\pi}{5}\right]$.

2. Решите неравенство

$$\log_{x+2}(2-x) \geq \frac{|\log_5(2x+3)-1|}{\log_5(x+2)}.$$

3. В треугольнике ABC точка D является основанием высоты, опущенной из точки A на сторону BC. Окружность диаметра $2\sqrt{3}$ проходит через точки B и D и касается внешним образом окружности, описанной около треугольника ACD. Известно, что $AC = 4\sqrt{3}$, а величина угла ABC равна 30° . Найдите длину стороны BC.

4. Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие системе неравенств

$$\begin{cases} x - y \leq -25, \\ x^2 - y \leq 8, \\ 4x + y \leq 1. \end{cases}$$

5. Дана треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$ ($AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1$). На ребре CC_1 выбрана точка D. Сечение, проходящее через точки A, B_1 и D, делит призму на два многогранника $ADCDB_1$ и $B_1AA_1C_1D$, отношение объемов которых равно 13:17. В каком отношении точка D делит ребро CC_1 ?

6. Какие значения может принимать $\sin(\alpha + \beta + \gamma)$, если при этих α, β, γ многочлен от x

$$x^4 + 2^{3\sin \alpha} x^2 + x \cdot \sqrt{2^{1-\sin \beta} - \cos \gamma} + \sin^2 \beta + \cos^2 \gamma$$

является квадратом некоторого многочлена относительно x ?

Ответы:

1. $\left\{-\frac{19\pi}{200}; \frac{131\pi}{200}\right\}$. 2. $\left(-\frac{3}{2}; -1\right) \cup \left[-\frac{1}{2}; 1\right]$. 3. $\frac{36}{\sqrt{13}}$.

4. $\{(-5; 20); (-5; 21)\}$. 5. 3:7. 6. $\pm \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Отделения бакалавров
Вариант 2007 г. (Основной экзамен)

1. Найдите наибольший общий делитель чисел $n = 720$, $m = 756$, $k = 468$.

2. Найдите все решения уравнения

$$2 \cos\left(x + \frac{8\pi}{23}\right) \cdot \cos\left(3x + \frac{15\pi}{23}\right) = 2^{-\cos\frac{\pi}{3}} - \cos 4x,$$

принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{6}\right]$.

3. Решите неравенство

$$\log_{x+1}(4-x) \geq \frac{|\log_{15}(4x+3) - 1|}{\log_{15}(x+1)}.$$

4. В треугольнике ABC точка D является основанием высоты, опущенной из точки A на сторону BC . Окружность диаметра 2 проходит через точки B и D и касается внешним образом окружности, описанной около треугольника ACD . Известно, что $DC = 4$, а величина угла ABC равна 60° . Найдите длину стороны AC .

5. Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq x + 29, \\ x^2 - y \leq 14, \\ 2x + y \leq 12. \end{cases}$$

6. Дана треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$ ($AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1$). На ребре CC_1 выбрана точка D . Сечение, проходящее через точки A, B_1 и D , делит призму на два многогранника $ABCDB_1$ и $B_1AA_1C_1D$, отношение объемов которых равно $5:8$. В каком отношении точка D делит ребро CC_1 ?

Ответы:

- | | | |
|------------------|---|--|
| 1. 36. | 2. $\left\{-\frac{5\pi}{184}; \frac{133\pi}{184}\right\}$. | 3. $\left(-\frac{3}{4}; 0\right) \cup \left[\frac{1}{4}; 3\right]$. |
| 4. $2\sqrt{6}$. | 5. $\{(-6; 23); (-6; 24)\}$. | 6. $2:11$. |